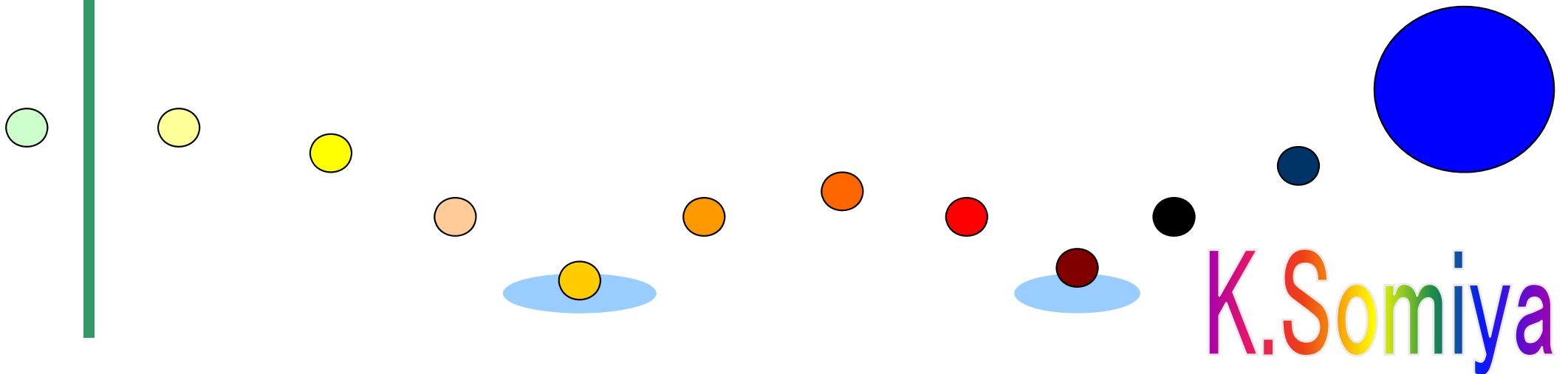


# 干渉計の制御

先端計測開発シンポジウム  
Dec. 2016

東工大  
宗宮健太郎

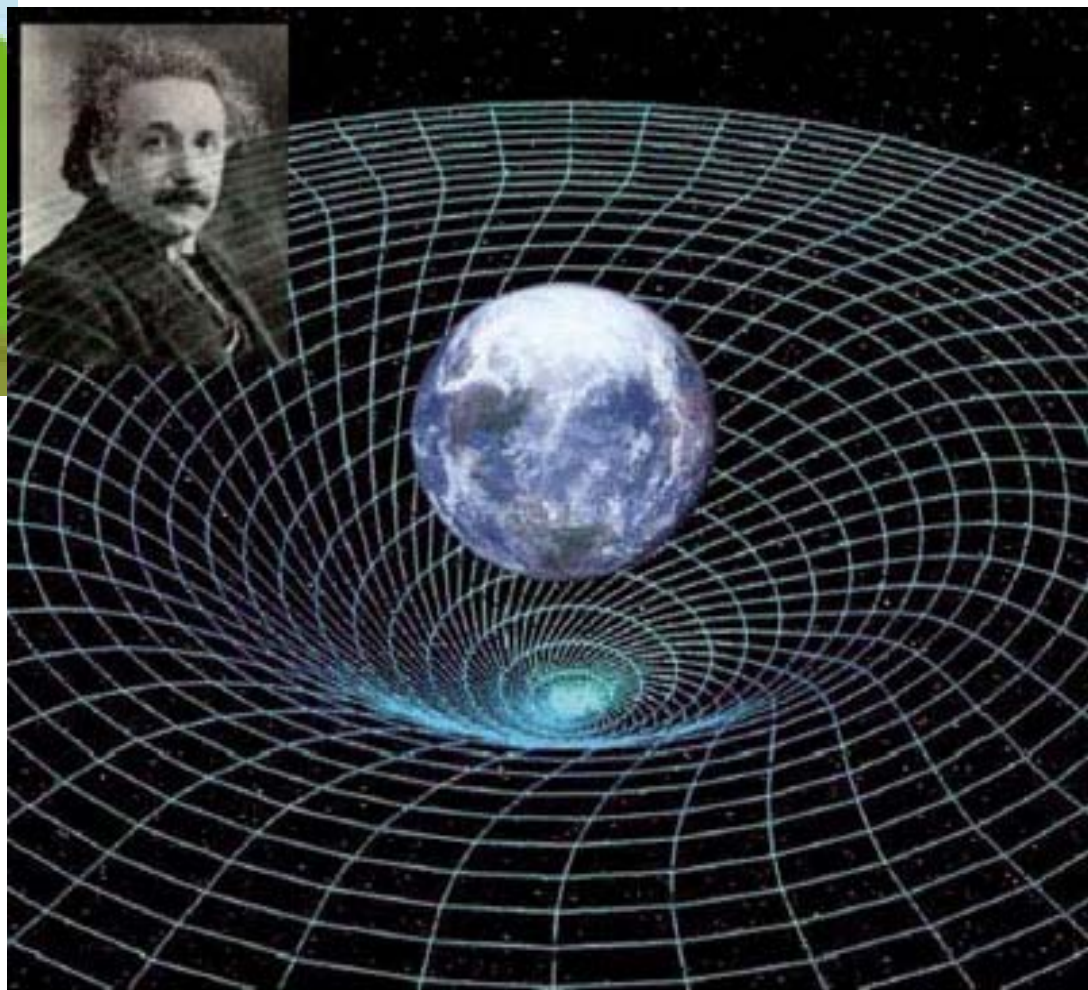




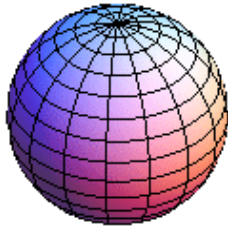
重力

引力

時空の  
ひずみ

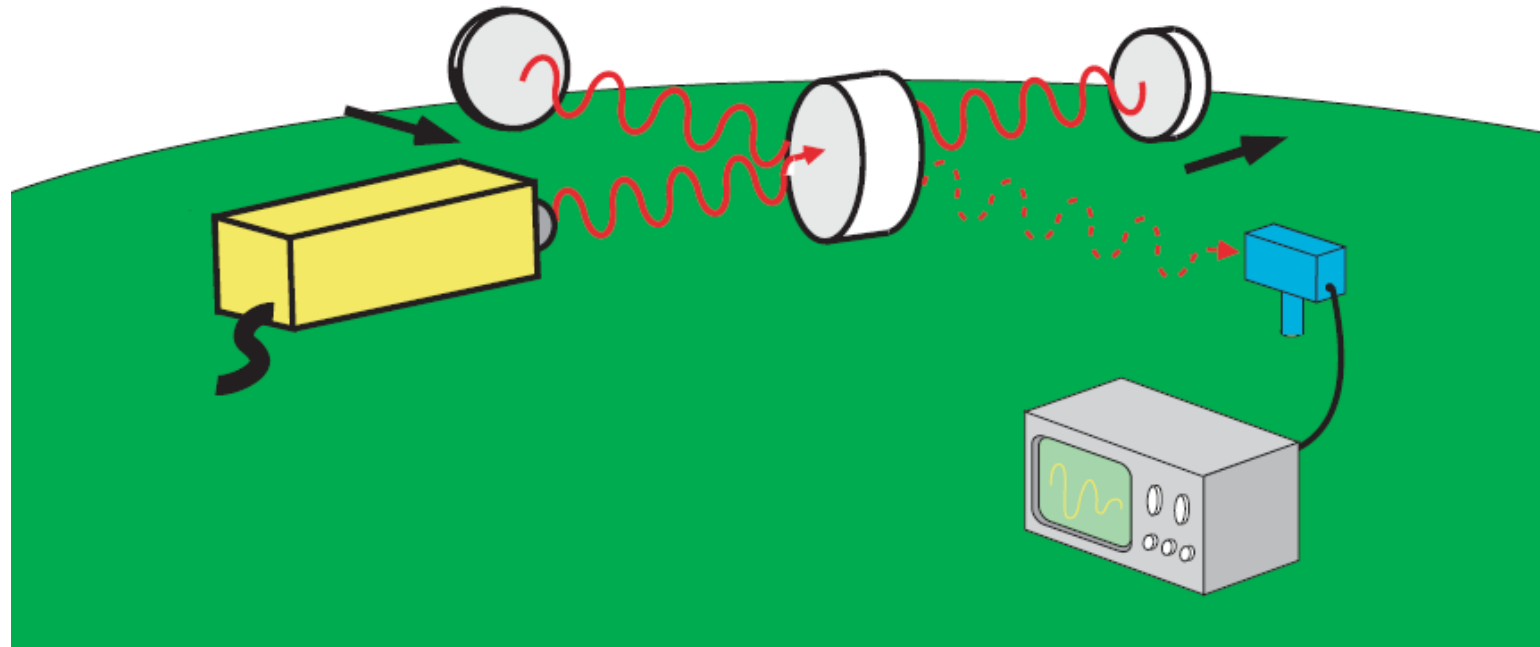


# ブラックホール

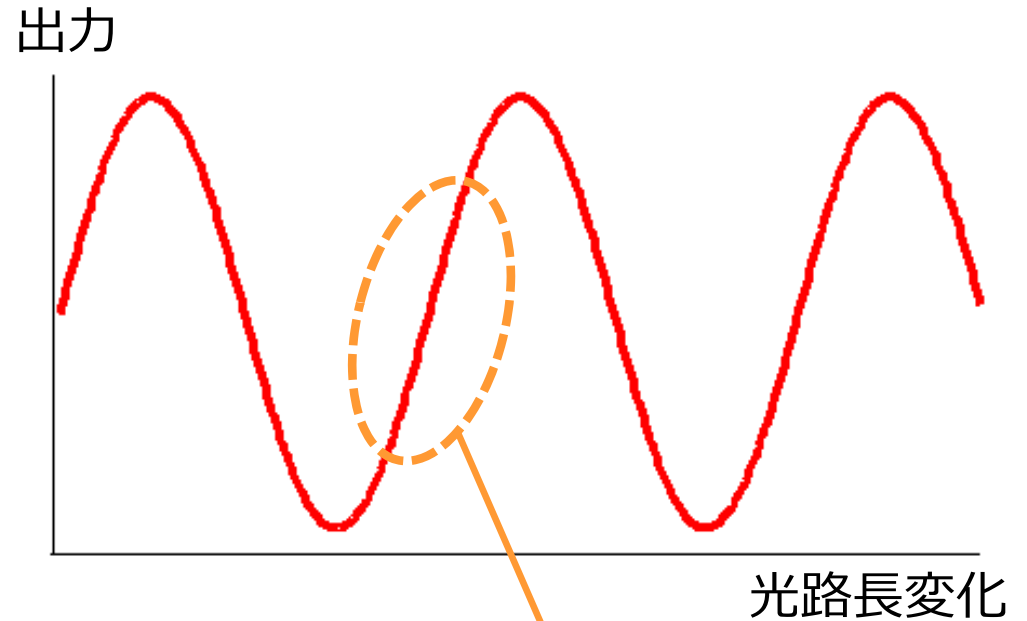
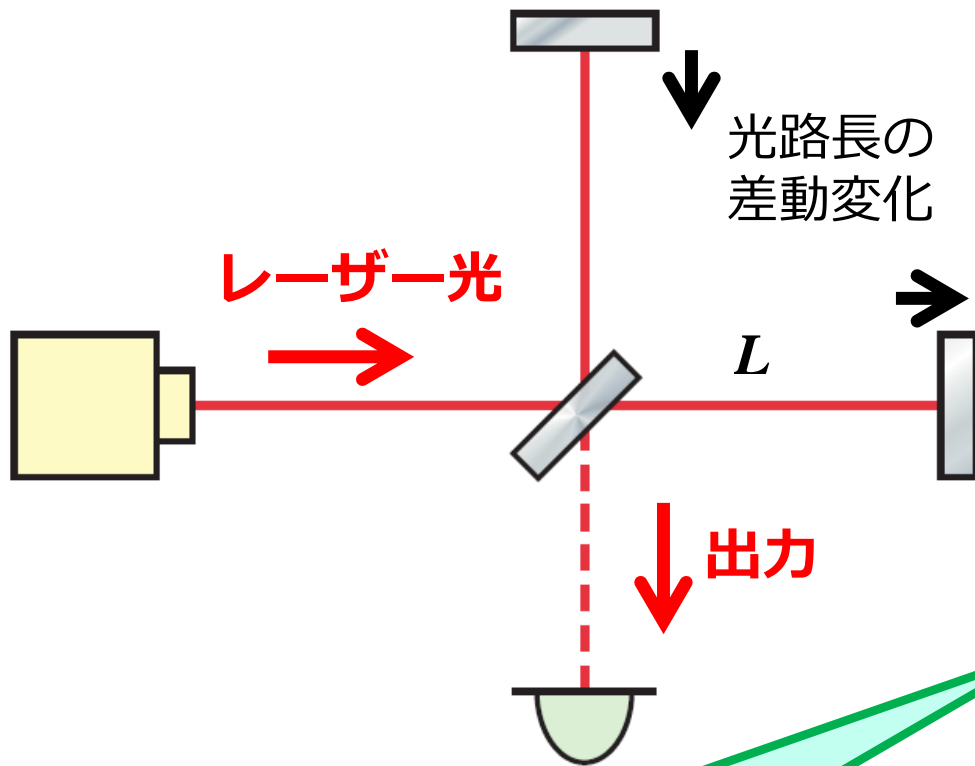


重力波

地球

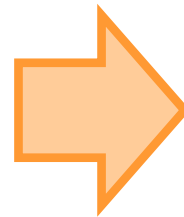


# マイケルソン干渉計の応答



光路長に対する応答が最大

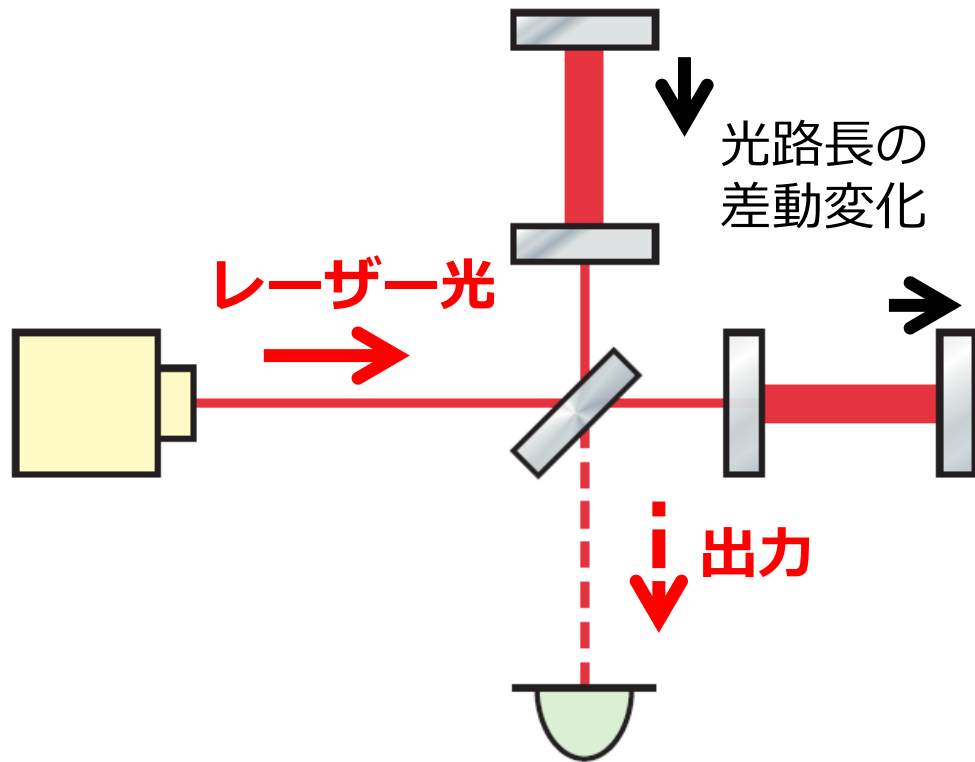
常に応答最大の点(動作点)にあるよう制御する必要性



$$\text{感度} = \sqrt{\frac{0.5 \text{個}}{\text{入射光子数}}} = \frac{10^{-17}(\text{m})}{L}$$

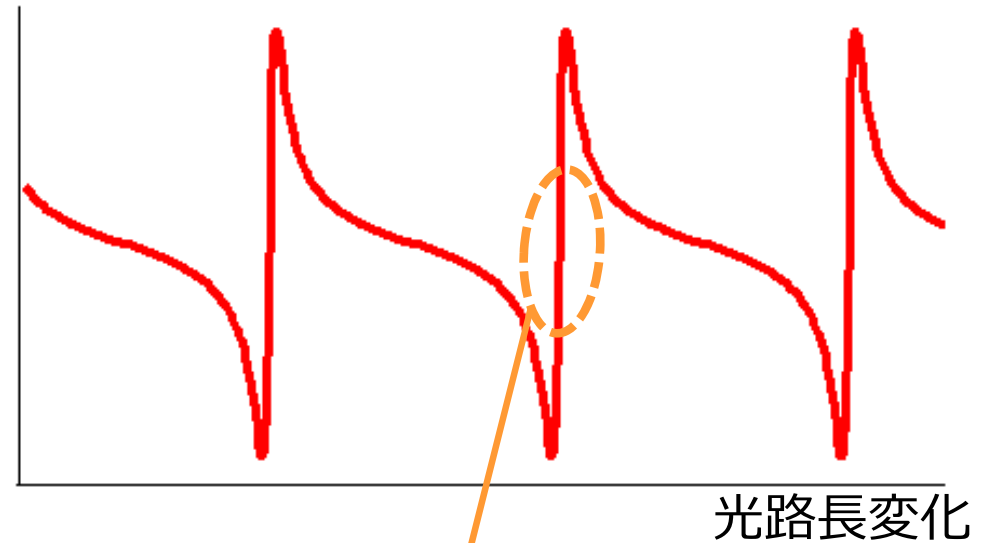
入射光の波長が1 $\mu\text{m}$ でパワーが1Wの場合

# 光共振器つき干渉計の応答

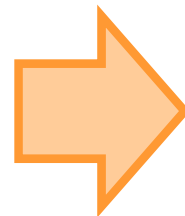


感度はマイケルソン  
干渉計の千倍ほどに

出力



線形領域は狭くなったが、  
応答は向上した

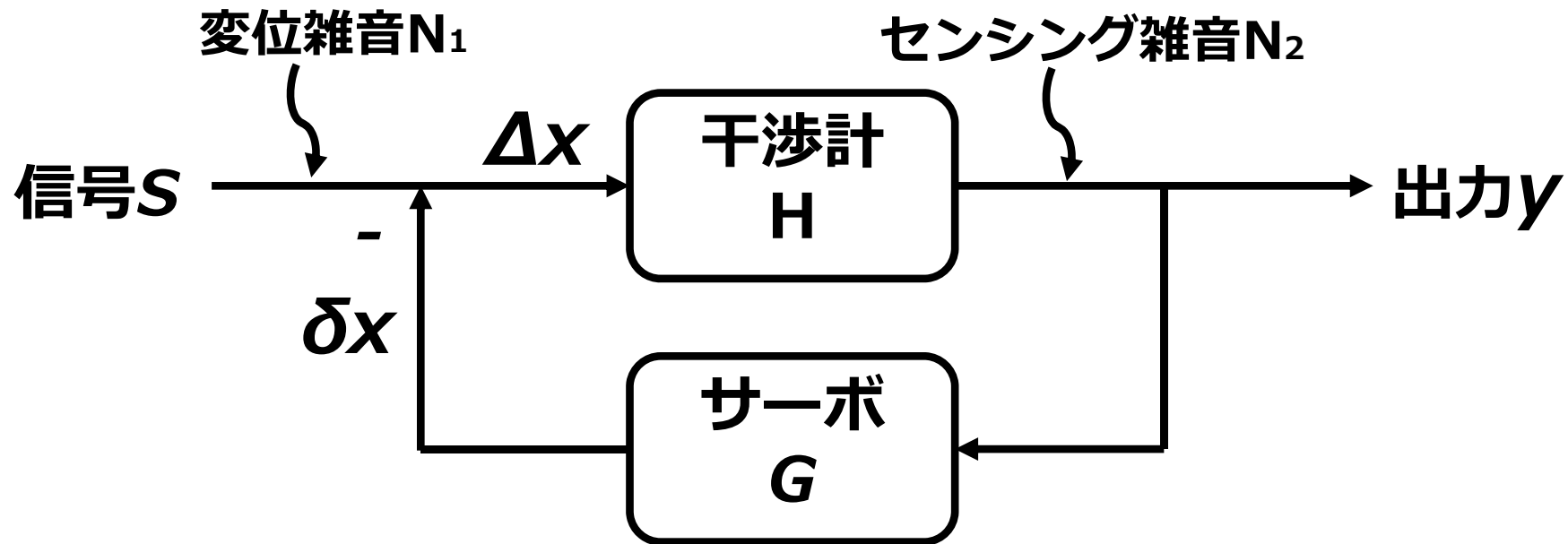


動作点への制御は  
より重要になってくる

# 今日のテーマ

- **精密測定とフィードバック制御**
- **インループとアウトループの雑音**
- **多自由度干渉計の設計**
- **まとめ**

# フィードバック制御



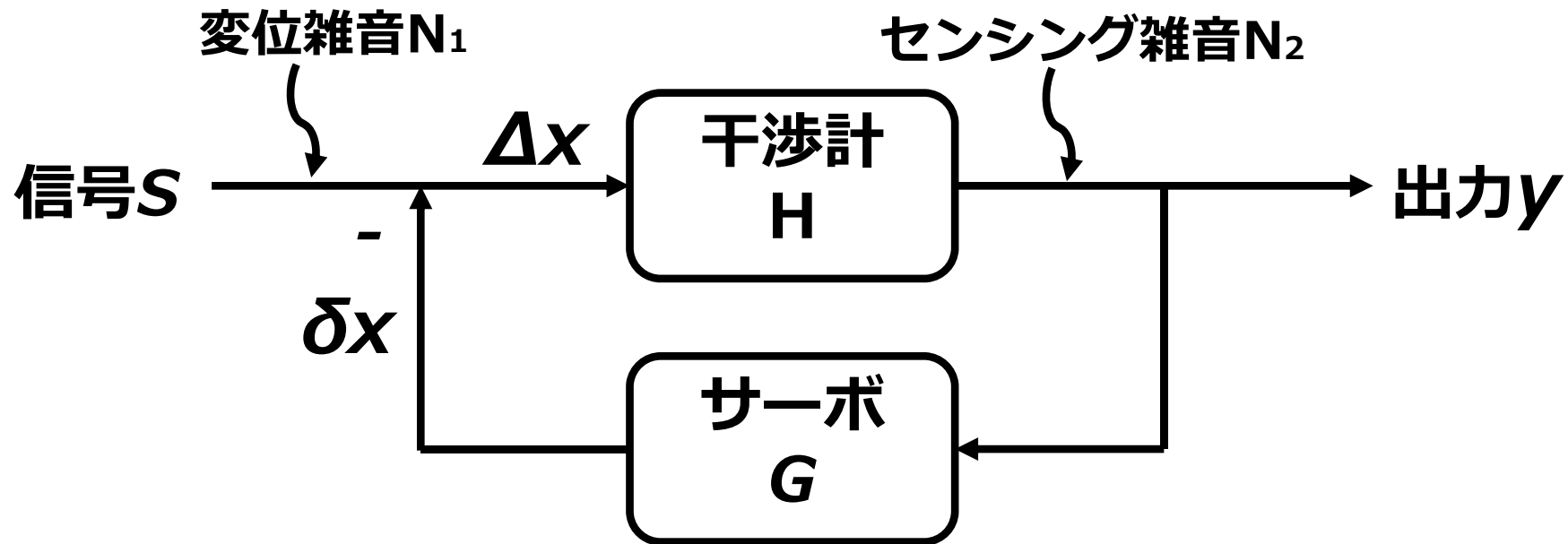
まず雑音はないとして...

$$\Delta x = S - GH\Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{S}{1 + GH}$$

$GH \gg 1$ では  
信号  $S$  は抑制される

# フィードバック制御



まず雑音はないとして...

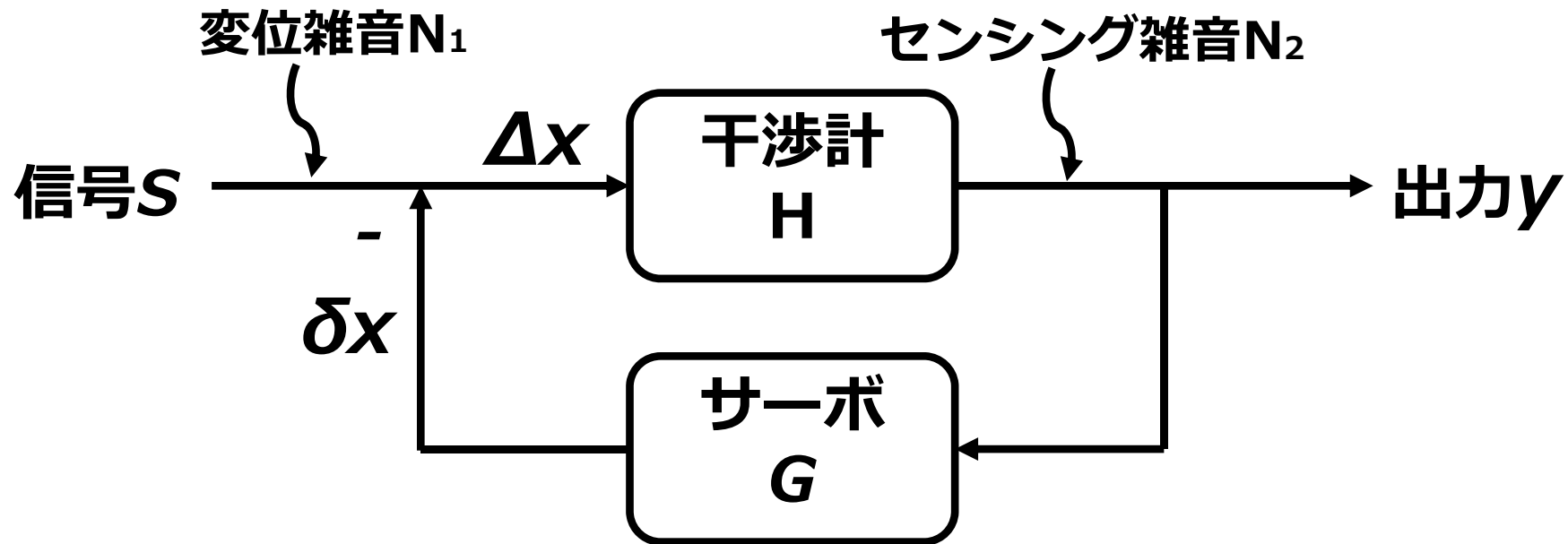
$$\delta x = GH\Delta x$$

$$\Rightarrow \delta x = \frac{GHS}{1 + GH}$$

$GH \gg 1$ では  
信号  $S$  は  $\delta x$  に現れる



# フィードバック制御



雑音を加える( $S=0$ とする)

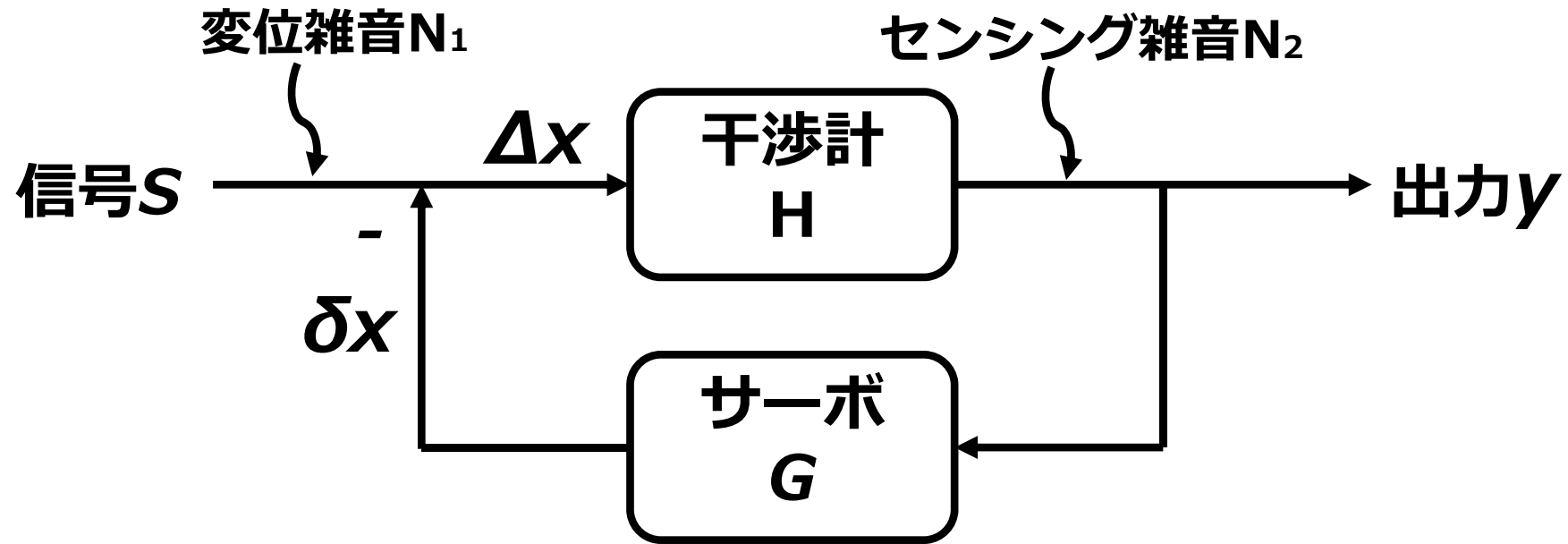
$$\Delta x = N_1 - G(H\Delta x + N_2)$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{N_1 - GN_2}{1 + GH}$$

$GH \gg 1$ では  
 $\Delta x \sim N_2/H$ となる

$GH \ll 1$ では  
 $\Delta x \sim N_1$ となる

# フィードバック制御

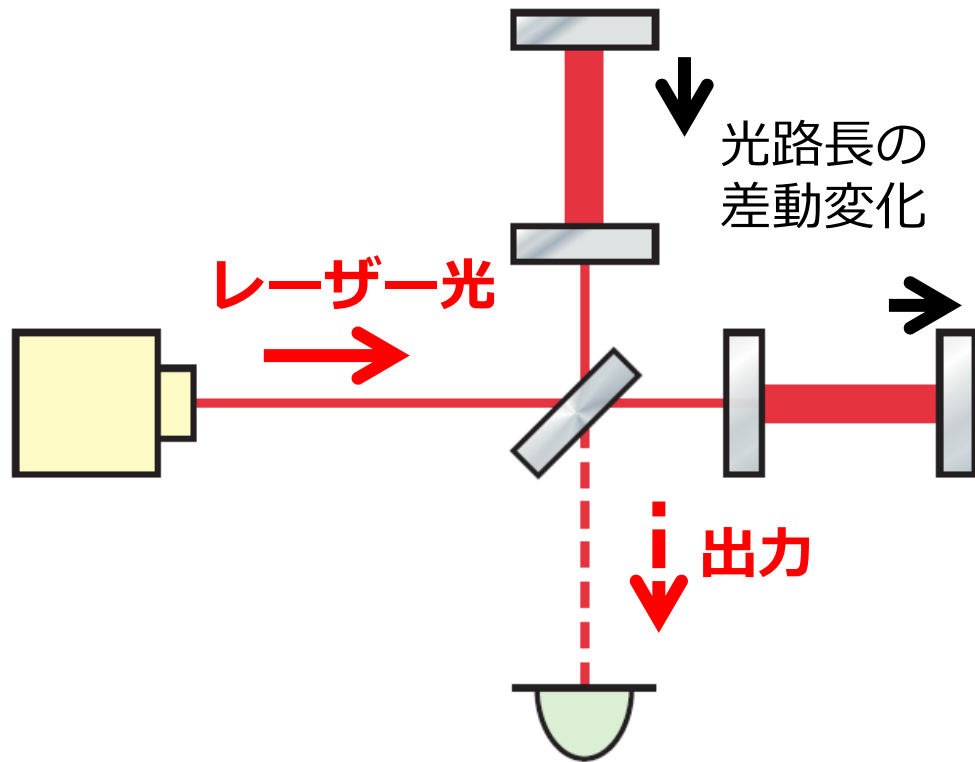


出力における信号雑音比を考える

$$y = \frac{H(S + N_1) + N_2}{1 + GH}$$

$G$ に関わらず、変位雑音は $N_1$ 、センシング雑音は $N_2/H$

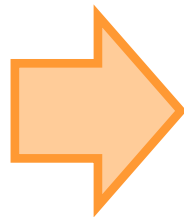
# 多自由度同時制御



左の干渉計を運転するには  
3つの自由度の制御が必要となる

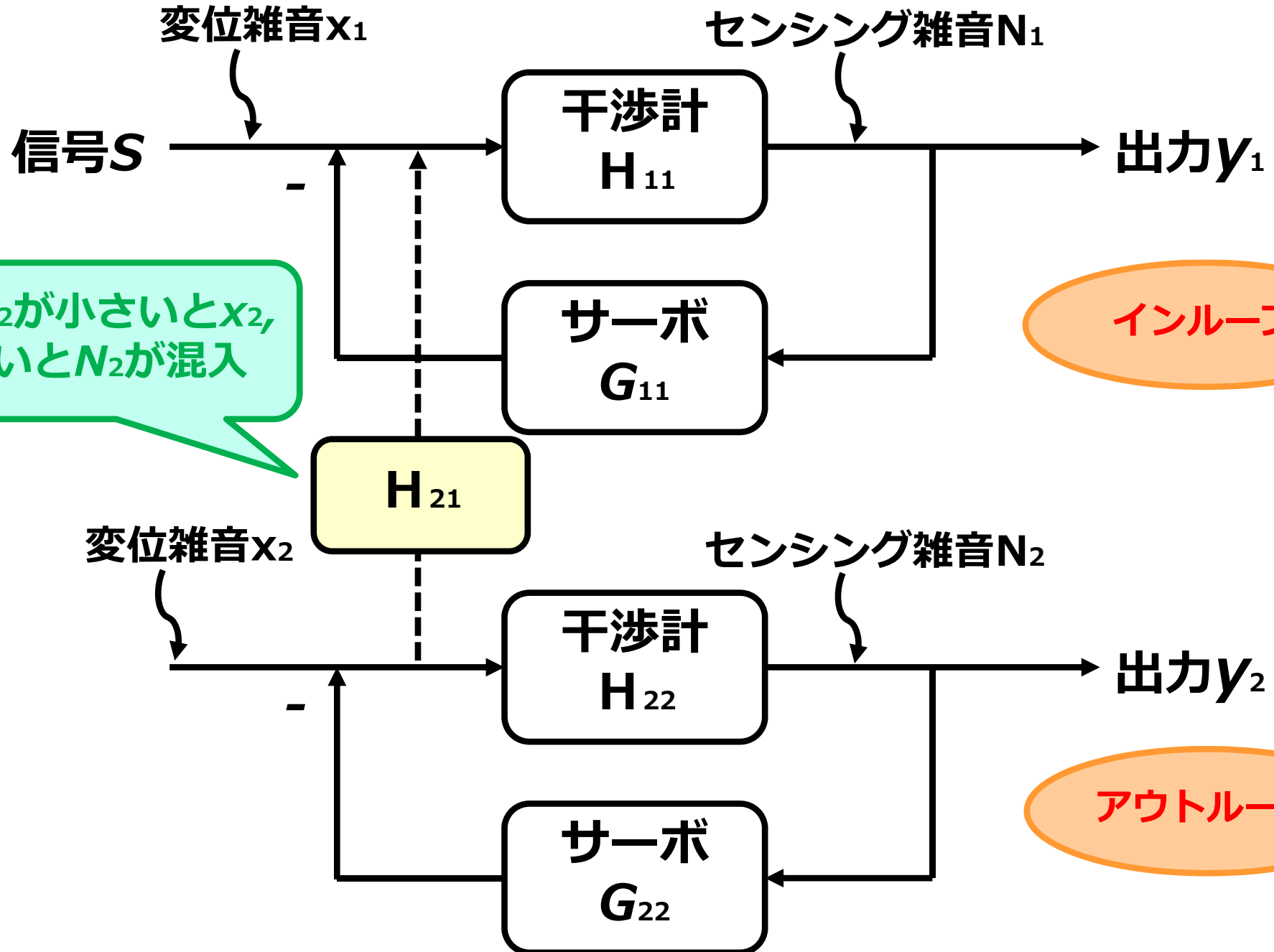
- (1) 共振器の差動変化(重力波)
- (2) 共振器の同相変化
- (3) 中央のマイケルソン干渉計

(2)は非対称性で(1)にカップルし、  
(3)は共振器内外のパワーの比の分  
だけ(1)にカップルする。



他自由度の雑音が重力波信号  
を妨げないように制御する必要性

# 多自由度制御



# センシングマトリクス

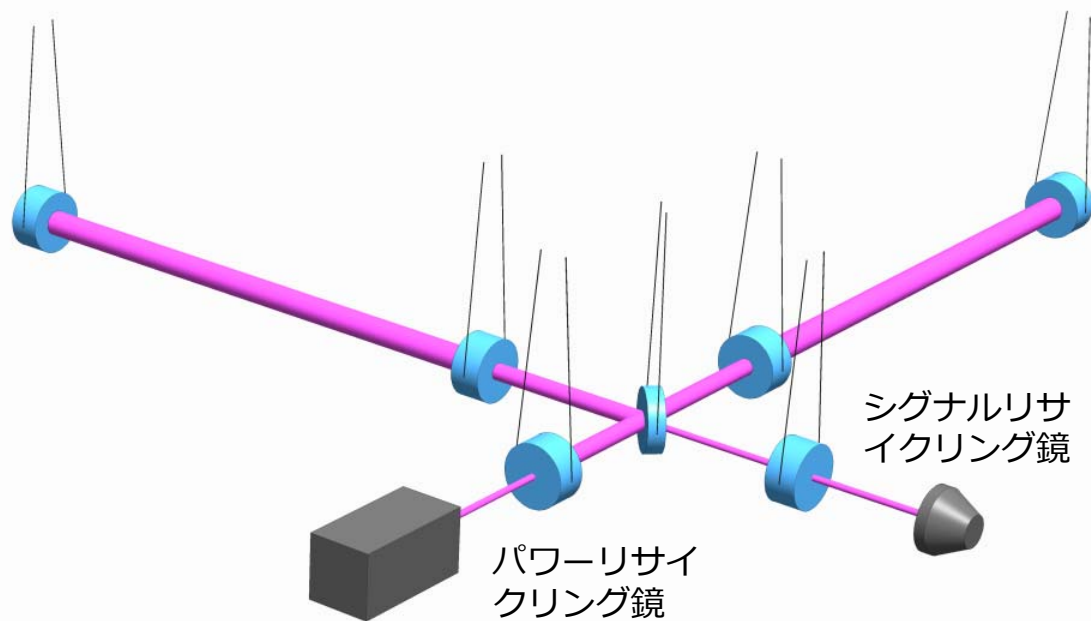
	重力波	同相の変位	中央干渉計
$y_1$	$H_{11}$	$H_{12}$	$H_{13}$
$y_2$	$H_{21}$	$H_{22}$	$H_{23}$
$y_3$	$H_{31}$	$H_{32}$	$H_{33}$

規格化したもの	重力波	同相の変位	中央干渉計
$y_1$	1	0.0001	0.001
$y_2$	0.001	1	0
$y_3$	0	0	1

- $H_{22}$ や $H_{33}$ は $H_{11}$ より小さいため、センシング雑音が混入すると重力波信号を妨げる可能性がある
- 混入雑音を減らすには
  - 光学ゲイン $H_{22}, H_{33}$ を大きくする
  - 混入項 $H_{12}, H_{13}$ を小さくする
  - 制御ゲイン $G_{22}, G_{33}$ を小さくする

# LIGOの場合

[Somiya LIGO-G060481]

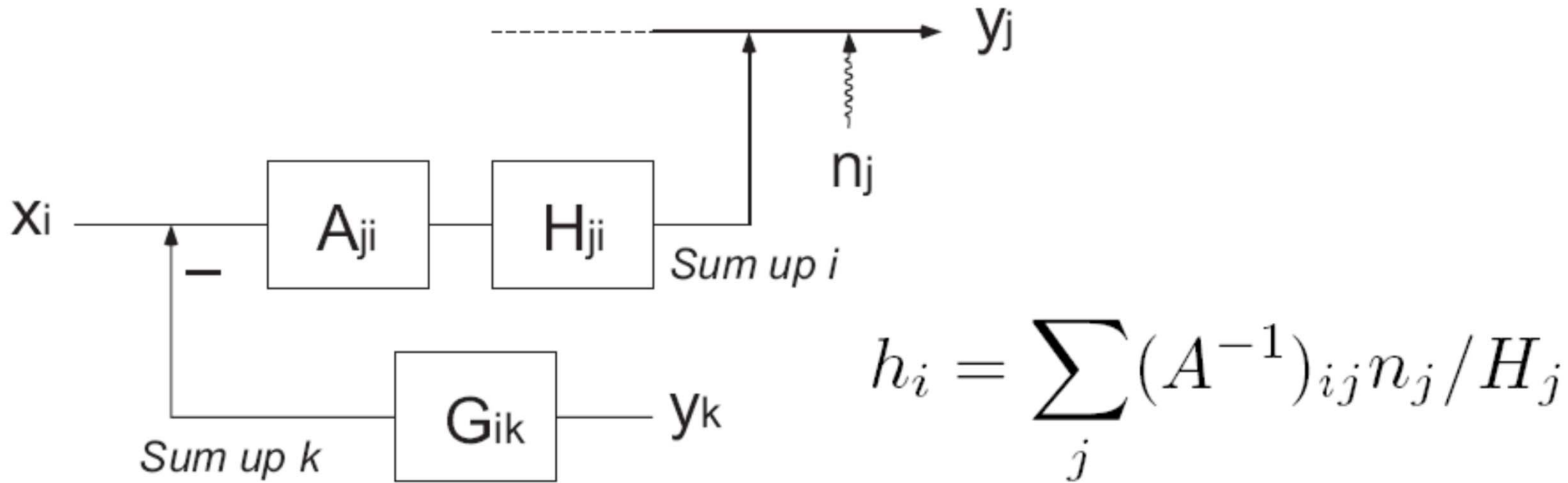


	同相	重力波	パワーリサイクリング	中央干渉計	シグナルリサイクリング
$y_1$	1	$2e-3$	$1e-3$	$1e-6$	$1e-7$
$y_2$	$4e-4$	1	$1e-6$	$1e-3$	$1e-6$
$y_3$	$8e-4$	$1e-3$	1	0.8	0.9
$y_4$	$7e-5$	$1e-3$	0.1	1	0.1
$y_5$	$1e-3$	$3e-3$	0.3	1.6	1

- 全5自由度の長さ制御
- 中央部分の縮退が大きく2次的混入が無視できない
- 対角項が大きいと実効ゲインの低下が無視できない
- いくつかの手法が提案されたが、どう比較するか

# ループ雑音の計算

[Somiya LIGO-G060481]

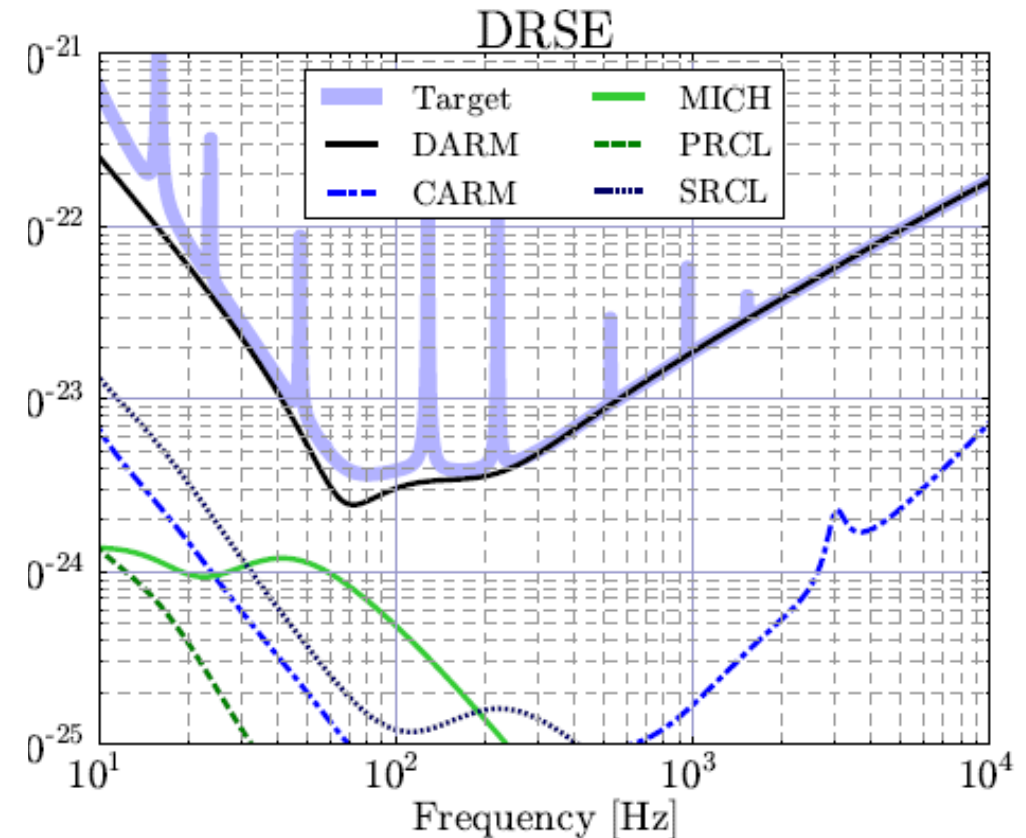
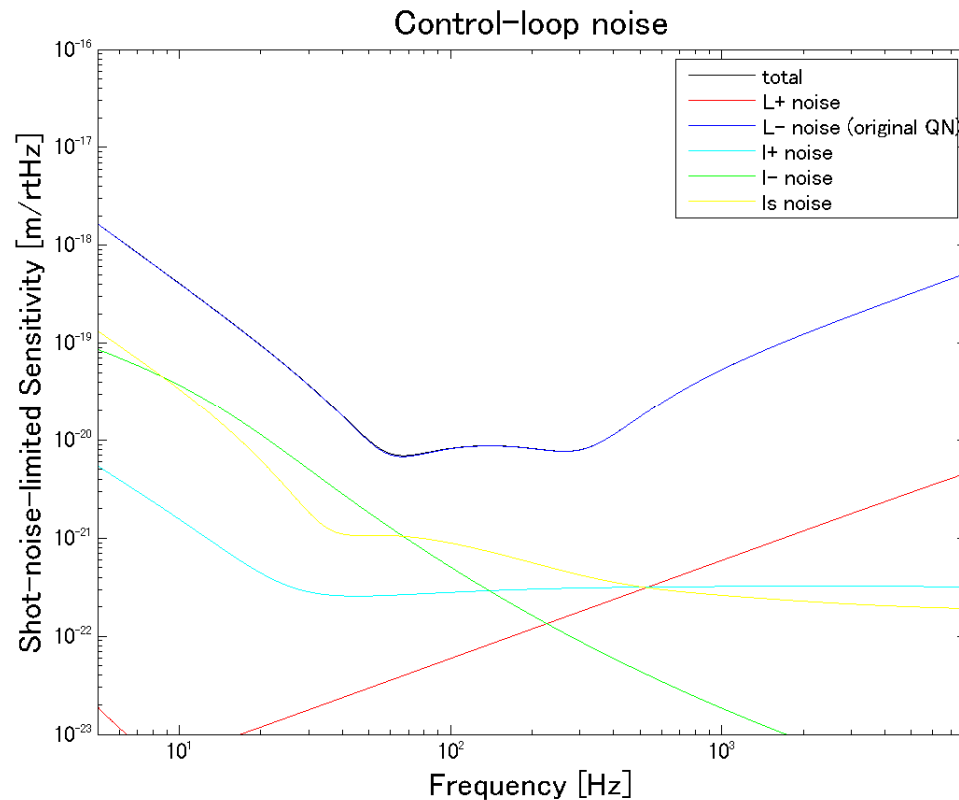


- 中央干渉計の制御は50Hz以下にとどめる
  - 光学ゲインHはシミュレーションで計算
  - 各自由度のショットノイズを計算
  - 重力波信号に混入するループ雑音を計算
- 異なる制御法の比較ができるようになった

# ループ雑音のスペクトル

[Somiya LIGO-G060481]

[Aso JGW-T1100363]

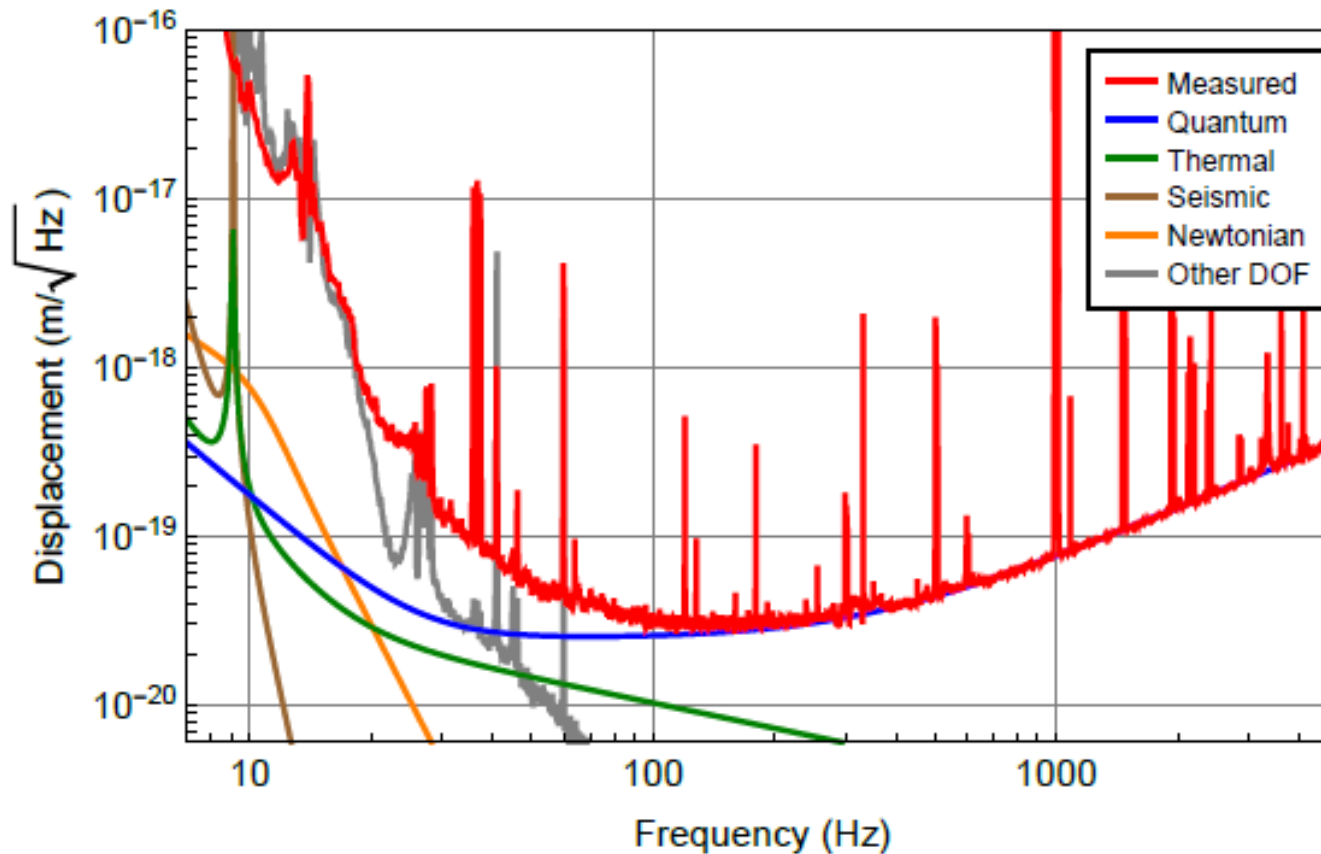


- 左は2006年当時のLIGOのループ雑音計算値  
→ その後、制御法がいろいろ変更された
- 右はKAGRAのループ雑音計算値
- どちらも先述のコードで計算されている



# LIGOの感度(実測値)

[LSC and Virgo, PRL 2016]



- 灰色のカーブがグループ雑音
- 主なコントリビューションは角度制御の雑音

# まとめ

- **計測の感度を向上するのに制御は有効な手段**
- **多自由度制御ではアウトループの回り込み雑音が問題となることがある**
- **アウトループの制御雑音を減らすような制御法の設計が、感度向上にきいてくる**